機械学習(1) 機械学習概論と単回帰

情報科学類　佐久間　淳

連絡事項

- 授業用Webページ
  - manabaを利用します
- 成績評価, スケジュール等はmanaba参照

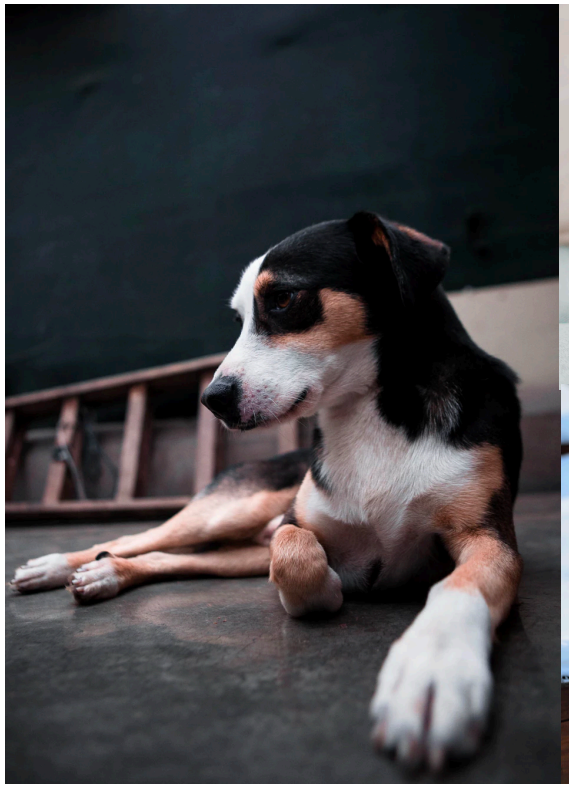
機械学習とは何？

- 人間がもつ学習能力を計算機に
- データから知識・予測を得る技術
  - 人工知能(AI)…人間の知能の工学的追及
  - 統計学…データ分析の理論
  - OR…最適化・意志決定の理論
- 機械学習

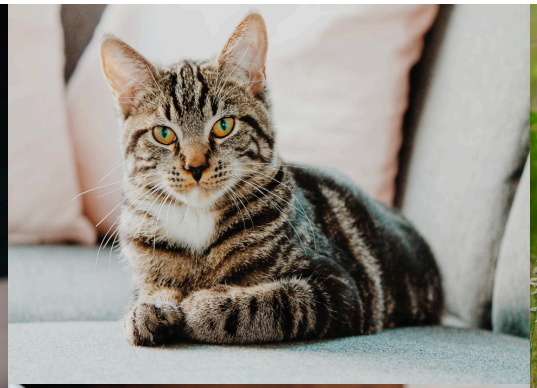
  ≒近年では人工知能とほぼ同義

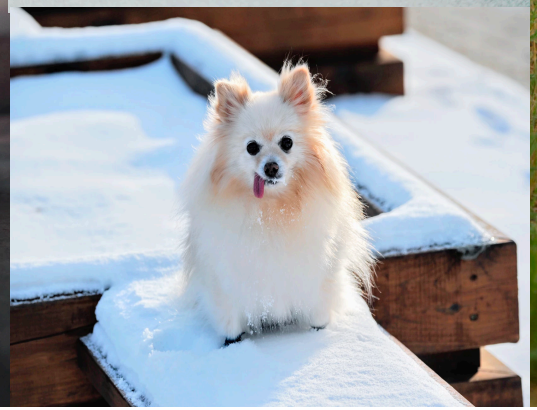
人間があたりまえにできること

- 注目する対象を切り出す
- 過去の知識と結び付け対象を**汎化**する

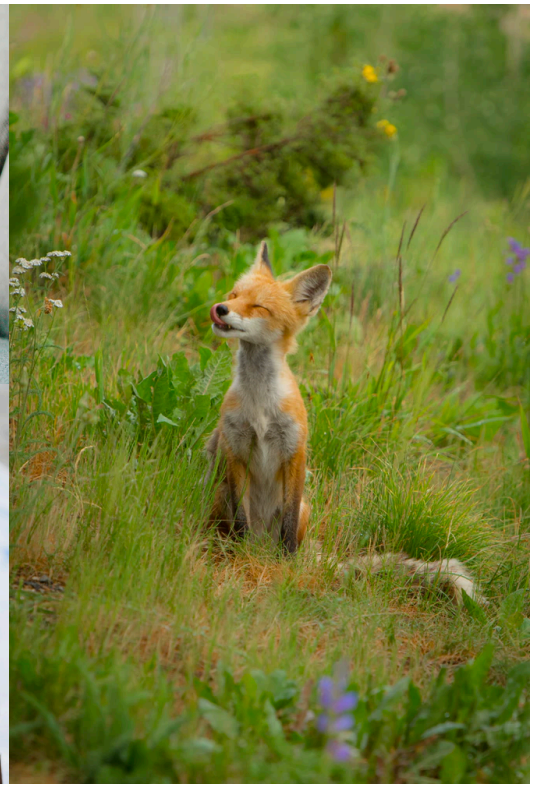


https://unsplash.com/photos/deWjdZ61yhI
Alejandro





https://unsplash.com/photos/IbPxGLgJiMI
Erik-Jan Leusink
https://unsplash.com/photos/W07yBpMhxHM
Wei Wang



https://unsplash.com/photos/XHK0JdmJxJc
Nathan Anderson

認識/判断

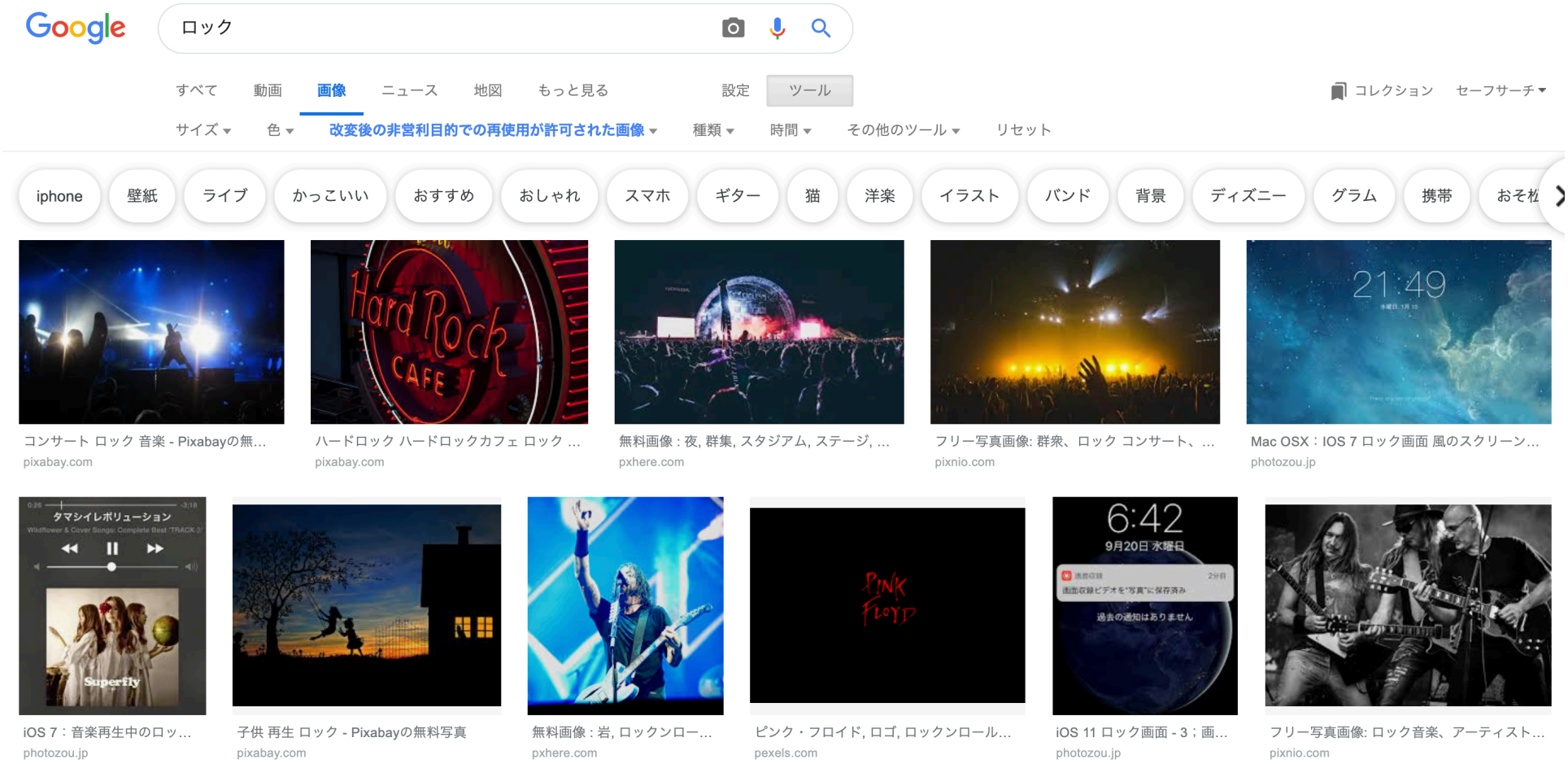
- 認識 : データを概念に置き換える
  - 目でとらえた物体をおばあさんと理解する
- 判断: データを元に意思決定を行う
  - 届いたメール文書をスパム/非スパムと判断する
- 人間
  - 認識を脳(神経細胞のネットワーク)で情報処理
  - その仕組みは完全にはわかっていない
- 機械学習
  - 認識/判断を計算機で情報処理

問題1:文書トピックあて

- (文書, トピック)のデータが一万件ある
  - (ゴーン容疑者はルノー取締役も辞任へ, 国際)
  - (イチロー引退 敵軍選手の心にも穴, スポーツ)
  - (日仏関係「特段の影響ない」, 政治)
  - （政府が「令和」改元へ対処方針, 政治)
  - (芸能人の駆け込み離婚相次ぐ, 芸能)
  - （激痩せガリガリガリクソン, 芸能)
- このようなデータがきた
  - (錦織圭はトップ10を維持できるか？, ?)
- この文書のトピックは何？

問題2　仲間分けしましょう

- どれが仲間？



https://www.google.co.jp/search?q=%E3%83%AD%E3%83%83%E3%82%AF&rlz=1C5CHFA_enJP750JP750&tbm=isch&source=lnt&tbs=sur:fm&sa=X&ved=0ahUKEwik8QaEjLbhAhWwwosBHWivB7MQpwUIIA&biw=1440&bih=763&dpr=2

機械学習一覧

	教師あり	教師なし
予測対象が連続値	回帰、推薦	次元削減 (主成分分析)
予測対象が離散値	分類	クラスタリング

教師つき学習

- 教師つき学習のデータ
  - 既知事例 =(データ, ラベル)
  - 未知事例=(データ)
  - 既知事例から未知事例のラベル(概念)を予測する
- データ:購買履歴DB
  - Aさんは来月X円使う (連続値)
- データ: メール文書
  - メールXは{スパム, 非スパム} (離散値)
- データ:画像
  - 画像xには”猫”が写っている (離散値)

教師なし学習

- 教師なし学習のデータ
  - 事例=(データ)
- データ: ニュースDB {記事1,記事2,…}
  - 記事1, 3, 5が仲間(政治ニュース)、記事2,4が仲間(スポーツニュース) (離散値)
  - 記事1は、政治の成分が0.6, 経済の成分が0.4 (連続値)
- データ: サーバ稼働履歴DB
  - 18:50～19:00の間のトラフィック=異常, それ以外=正常 (離散値)
  - 18:50～19:00の間のトラフィック異常度は0.8, それ以外は0,01 (連続値)

機械学習の流れ

データ

新元号「令和」のもとで初めてとなる予算編成に向けて国の財政制度等審議会は、予算規模の拡大が続く中、社会保障費などの歳出の抑制策を検討する新たな部会を設け、集中的に議論を行うことになりました。
財務大臣に予算の在り方などを提言する財政制度等審議会は、4日から「令和」のもとで初めてとなる、来年度の予算編成に向けて議論を始めました。

https://unsplash.com/photos/IbPxGLgJiMI
Erik-Jan Leusink

NHK NEWS WEB

特徴量(データのベクトル表現)

$$X = \{\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_N\},$$
$$\boldsymbol{x}_i \in \mathbb{R}^D$$

機械学習(教師つき, 教師なし)
特徴量から概念への写像

概念の獲得
スパム、ネコ, 政治ニュース, etc.

機械学習の重要性

- 機械学習
  - 大量のデータからその背後にあるモデルをとらえ、その性質を利用して予測を行う
- 物理システムのマネジメントには…
  - 物理モデルの同定と制御が不可欠
- 知識・情報システムのマネジメントには…
  - 情報のモデル化とそれに基づく予測が有効
  - 大規模コンテンツが飛び交う現代において、機械学習は知識・情報システムにおける重要な要素技術になりつつある

回帰の利用シナリオ：
Vinho Verdeワインデータで人気予測

- ポルトガルの“Vinho Verde”ワイン
- 10次元特徴量(次ページ参照, 実数値)、4898人分
- ワインの好み(10段階, 整数値)を予測
  - 連続特徴量から、連続特徴量を予測する→回帰の問題

https://unsplash.com/photos/itcWLNmF33o
Viktor Nikolaienko

P. Cortez, A. Cerdeira, F. Almeida, T. Matos and J. Reis. Modeling wine preferences by data mining from physicochemical properties. In Decision Support Systems, Elsevier, 47(4):547-553, 2009.

データ詳細

The physicochemical data statistics per wine type

	Attribute (units)	Red wine			White wine		
		Min	Max	Mean	Min	Max	Mean
酒石酸濃度	fixed acidity ($g(\text{tartaric acid})/dm^3$)	4.6	15.9	8.3	3.8	14.2	6.9
酢酸濃度	volatile acidity ($g(\text{acetic acid})/dm^3$)	0.1	1.6	0.5	0.1	1.1	0.3
クエン酸濃度	citric acid (g/dm^3)	0.0	1.0	0.3	0.0	1.7	0.3
残存糖濃度	residual sugar (g/dm^3)	0.9	15.5	2.5	0.6	65.8	6.4
塩化ナトリウム濃度	chlorides ($g(\text{sodium chloride})/dm^3$)	0.01	0.61	0.08	0.01	0.35	0.05
遊離二酸化硫黄濃度	free sulfur dioxide (mg/dm^3)	1	72	14	2	289	35
二酸化硫黄濃度	total sulfur dioxide (mg/dm^3)	6	289	46	9	440	138
密度	density (g/cm^3)	0.990	1.004	0.996	0.987	1.039	0.994
酸性度	pH	2.7	4.0	3.3	2.7	3.8	3.1
硫酸カリウム濃度	sulphates ($g(\text{potassium sulphate})/dm^3$)	0.3	2.0	0.7	0.2	1.1	0.5
アルコール度	alcohol (% vol.)	8.4	14.9	10.4	8.0	14.2	10.4

Vinho Verdeワインデータで人気予測(シナリオ)

測定

https://unsplash.com/photos/uZStJYqgwY0
Elevate

予測関数の学習
F(センサーデータ)=人気

https://unsplash.com/photos/Eo9ZNtEUH_Y
Thomas Martinsen

7.4;0.7;0;1.9;…;5
4.0;5 7.8;0.8; …;8
…

テイスティング

https://unsplash.com/photos/6ciLddToTgM
Matthieu Joannon

回帰

$$t = w_0 + \sum_{i=1}^{D} w_i x_i$$

0.76;0.04;2.3;…;?

人気=9

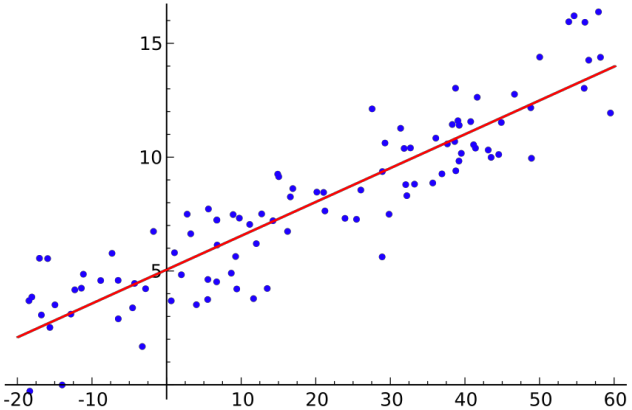
測定

新作ワイン

https://unsplash.com/photos/8_tZ-eu32LA
Zacnarian Hagy

測定だけで人気を当てる

単回帰



- 訓練事例
  $(x_1, t_1), (x_2, t_2), \ldots, (x_N, t_N)$
  - 特徴量: x_i 観測可能なデータ
  - 目標値: t_i 予測対象
- 目的
  - 多数の訓練事例から、特徴量と目標値の間の線形モデルを求める (学習)
  - 目標値が不明の特徴量が与えられた時に、線形モデルを持ちいて、その目標値を予測する (予測)

https://en.wikipedia.org/wiki/Linear_regression

線形モデル

- 目標値と特徴量の線形関係 $t = wx + b$
  - 例：体重xから寿命tを予測する
  - 例：年齢xから総資産額tを予測する
- パラメータ w
  - 特徴量xと目標値tの関係の強さ (絶対値が大きいほど強い関係)
  - 符号が正：特徴量が大きい値をとるほど、目標値も大きい
    - 例：年齢が増えれば総資産額は大きくなる
  - 符号が負：特徴量が小さい値をとるほど、目標値も大きい
    - 例：体重が増えれば寿命は少なくなる
- バイアス b
  - 特徴量が0の時の予測値

wine data

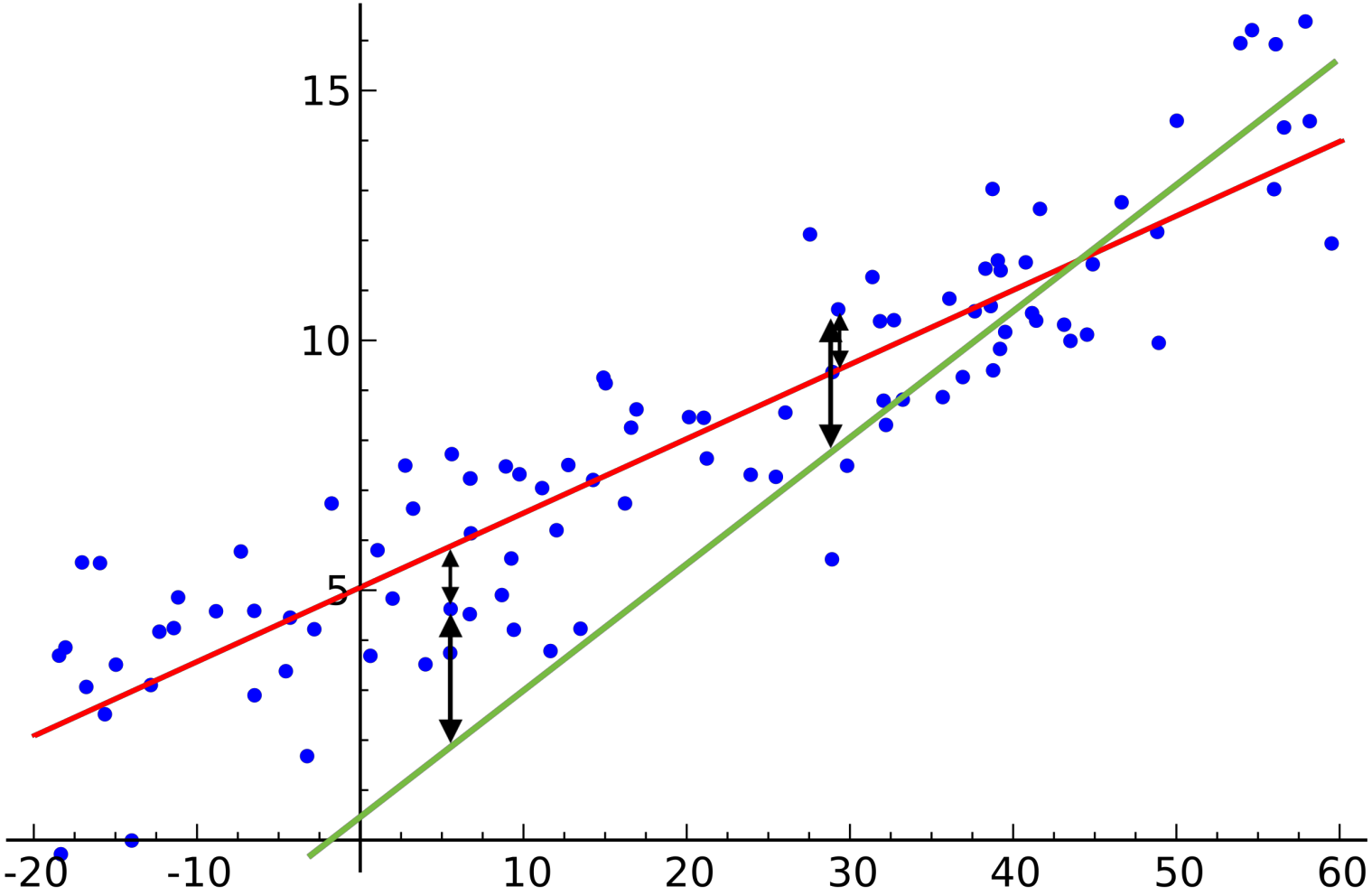
特徴量x　　目標値t

	fixed acidity	volatile acidity	citric acid	residual sugar	chlorides	free sulfur dioxide	total sulfur dioxide	density	pH	sulphates	alcohol	quality
0	7.4	0.70	0.00	1.9	0.076	11.0	34.0	0.9978	3.51	0.56	9.4	5
1	7.8	0.88	0.00	2.6	0.098	25.0	67.0	0.9968	3.20	0.68	9.8	5
2	7.8	0.76	0.04	2.3	0.092	15.0	54.0	0.9970	3.26	0.65	9.8	5
3	11.2	0.28	0.56	1.9	0.075	17.0	60.0	0.9980	3.16	0.58	9.8	6
4	7.4	0.70	0.00	1.9	0.076	11.0	34.0	0.9978	3.51	0.56	9.4	5

- 特徴量から目標値を予測する線形式を考える
  - quality = w_1* fixed_acidity + b_1
  - quality = w_2*volatile_acidity + b

…

よい予測を与えるパラメータは?



https://en.wikipedia.org/wiki/Linear_regression

平均二乗誤差

- 誤差：実際の目標値と予測した目標値の差

$$\text{error} = |t_i - (wx + b)|$$

- モデル $wx + b$ における平均二乗誤差
  - 全訓練事例に対する二乗誤差の平均

$$E(w) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(t_i - (wx_i + b))^2$$

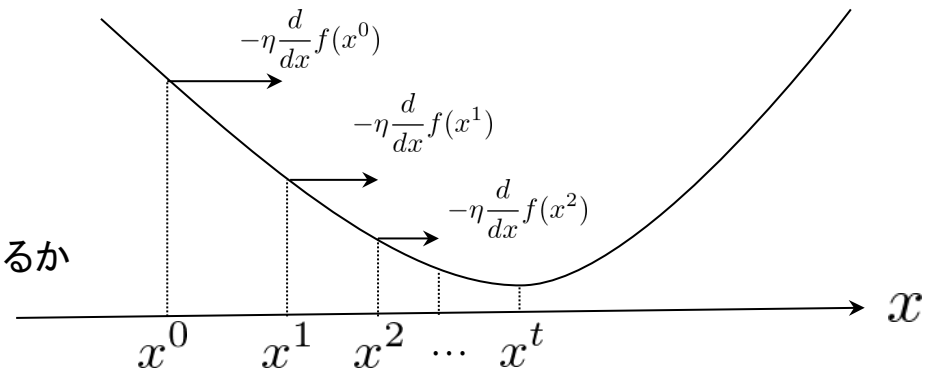
- よいモデル＝平均二乗誤差を最小化するモデル
- 最良のモデルを求めるには？
- 以下を最小にするようなw,bを求める

$$\min_{w,b} \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(t_i - (wx_i + b))^2$$

…どうやって？

最急降下法

- 問題 $\min_x f(x)$ となるxを求める
  - 関数fは微分可能
- アルゴリズム
  1. $t = 0, x^0$をランダムに初期化
  2. $x^{t+1} \leftarrow x^t - \eta \frac{d}{dx} f(x^t)$
  3. $t \leftarrow t + 1$
  4. $|x^{t+1} - x^t| < \epsilon$



ステップサイズパラメータη：1ステップにどの程度更新させるか
収束判定パラメータ ϵ

演習：
最急降下法で単回帰の平均二乗誤差最小化

1. 平均二乗誤差 E(w) のパラメータ w, b での微分を求めなさい
2. 最急降下法のステップ２の更新式を求めなさい．初期パラメータを (w_0, b_0), t 回目の更新パラメータを (w_t, b_t), ステップサイズパラメータを η とすること．
3. η は適度に調整する必要がある。η が大きすぎるとどのようなことが起こるか。η が小さすぎるとどのようなことが起こるか。

目標値と特徴量

- 目標値：予測したい値
  - 目的に沿って自ずと決まる場合が多い
  - 取得にコストがかかる値である場合が多い
- 特徴量：目標値の予測と関係する(と考えられる)値
  - どんなデータが優秀な特徴量かは普通明らかでない
    - よい特徴量はよい予測精度につながる
  - 取得にコストがかからない値を選びたい
    - 取得にコストがかかる目標値を回帰を使って安価に得たい
  - 優秀で安価に得られる特徴量を見つけることがなにより重要

データの種類

- 数値属性
  - スカラ・ベクトルで表現される属性
  - 例： 年齢、収入
- 順序属性
  - 順序関係をもつ属性
  - 例：成績評価(A, B, C, D)
- カテゴリカル属性
  - 順序関係を持たない属性
  - 例：血液型

データの変換

- 機械学習は特徴がベクトルで表現されることが前提
- 順序属性・カテゴリカル属性も数値属性に変換する
- 順序属性:
  - 順序を保存したスカラ値に変換
  - 例: A+→5, A→4, …, D→1
- カテゴリカル属性
  - 1-of-k変換(one-hot encoding)
  - 例:A型 (0,0), B型 (0,1), O型 (1,0), AB型 (1,1)
  - 属性値がN種類ある場合、$k=\log_2 N$

データの何に着目するか？

- ある人の居住地 (47都道府県)を特徴量に変換する
- その人の家の価格を予測する
  - 人口密度の高い県ほど地価が高いはず
  - 居住県を人口密度に変換 (数値属性)
  - 東京→6309.78, 大阪→4631.61, …, 北海道67.40
- その人の持っているマフラーの数を予測する
  - 北に住む程多いはず
  - 居住する県を緯度についての順序属性に変換
  - 北海道→1, 青森→2, …, 沖縄→47
- その人のうどん消費量を予測する
  - 特異的にうどん消費量が高い県があるのでは
  - 1-of-k encoding
  - 北海道=(1,0,0,…,0),青森=(0,1,…,0,0,0), …,沖縄=(0,0,…,0,0,1)

Adultデータ

- 機械学習の性能評価のために頻繁に利用されるテスト用データ
- ５万人弱の個人の様々な属性データ
- その個人の収入が5万ドルを超えるかどうかを予測する

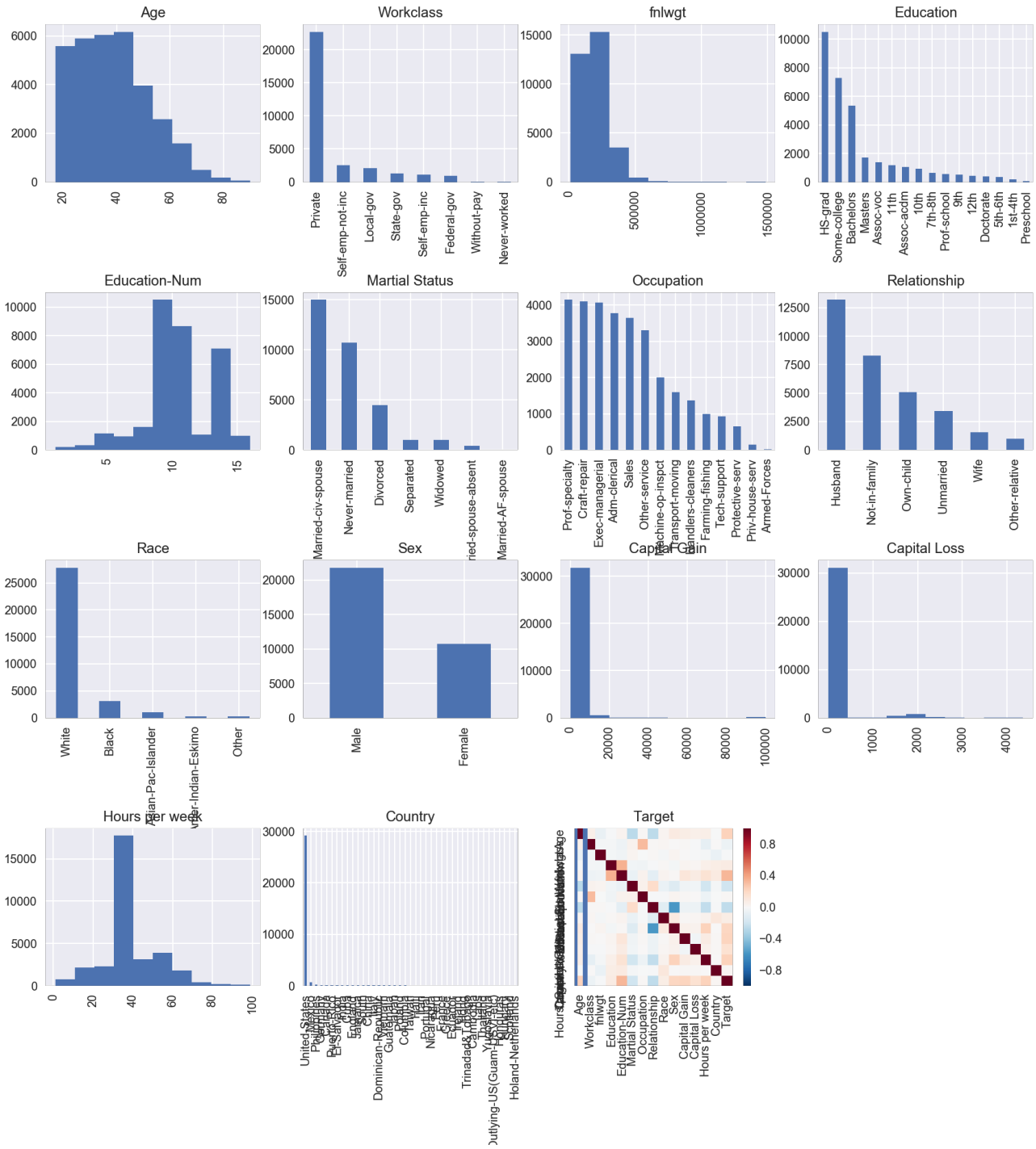
Adult dataset データ例

	Age	Workclass	fnlwgt	Education	Education-Num	Martial Status	Occupation	Relationship	Race	Sex	Capital Gain	Capital Loss	Hours per week	Country	Target
0	39	State-gov	77516	Bachelors	13	Never-married	Adm-clerical	Not-in-family	White	Male	2174	0	40	United-States	<=50K
1	50	Self-emp-not-inc	83311	Bachelors	13	Married-civ-spouse	Exec-managerial	Husband	White	Male	0	0	13	United-States	<=50K
2	38	Private	215646	HS-grad	9	Divorced	Handlers-cleaners	Not-in-family	White	Male	0	0	40	United-States	<=50K
3	53	Private	234721	11th	7	Married-civ-spouse	Handlers-cleaners	Husband	Black	Male	0	0	40	United-States	<=50K
4	28	Private	338409	Bachelors	13	Married-civ-spouse	Prof-specialty	Wife	Black	Female	0	0	40	Cuba	<=50K
5	37	Private	284582	Masters	14	Married-civ-spouse	Exec-managerial	Wife	White	Female	0	0	40	United-States	<=50K
6	49	Private	160187	9th	5	Married-spouse-absent	Other-service	Not-in-family	Black	Female	0	0	16	Jamaica	<=50K
7	52	Self-emp-not-inc	209642	HS-grad	9	Married-civ-spouse	Exec-managerial	Husband	White	Male	0	0	45	United-States	>50K
8	31	Private	45781	Masters	14	Never-married	Prof-specialty	Not-in-family	White	Female	14084	0	50	United-States	>50K
9	42	Private	159449	Bachelors	13	Married-civ-spouse	Exec-managerial	Husband	White	Male	5178	0	40	United-States	>50K

Adult dataset

- age: continuous.
- workclass: Private, Self-emp-not-inc, Self-emp-inc, Federal-gov, Local-gov, State-gov, Without-pay, Never-worked.
- fnlwgt: continuous.
- education: Doctorate, Prof-school, Masters, Bachelors, Assoc-acdm, Assoc-voc, Some-college, HS-grad, 12th, 11th, 10th, 9th, 7th-8th, 5th-6th, , 1st-4th, Preschool.
- education-num: continuous.
- marital-status: Married-civ-spouse, Married-AF-spouse, Divorced, Never-married, Separated, Widowed, Married-spouse-absent
- occupation: Tech-support, Craft-repair, Other-service, Sales, Exec-managerial, Prof-specialty, Handlers-cleaners, Machine-op-inspct, Adm-clerical, Farming-fishing, Transport-moving, Priv-house-serv, Protective-serv, Armed-Forces.
- relationship: Wife, Own-child, Husband, Not-in-family, Other-relative, Unmarried.
- race: White, Asian-Pac-Islander, Amer-Indian-Eskimo, Other, Black.
- sex: Female, Male.
- capital-gain: continuous.
- capital-loss: continuous.
- hours-per-week: continuous.
- native-country: United-States, Cambodia, England, Puerto-Rico, Canada, Germany, Outlying-US(Guam-USVI-etc), India, Japan, Greece, South, China, Cuba, Iran, Honduras, Philippines, Italy, Poland, Jamaica, Vietnam, Mexico, Portugal, Ireland, France, Dominican-Republic, Laos, Ecuador, Taiwan, Haiti, Columbia, Hungary, Guatemala, Nicaragua, Scotland, Thailand, Yugoslavia, El-Salvador, Trinadad&Tobago, Peru, Hong, Holand-Netherlands.

Ron Kohavi, "Scaling Up the Accuracy of Naive-Bayes Classifiers: a Decision-Tree Hybrid", Proceedings of the Second International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining, 1996


Age
Workclass
fnlwgt
Education
Education-Num
Martial Status
Occupation
Relationship
Race
Sex
Capital Gain
Capital Loss
Hours per week
Country
Target
Private
Self-emp-not-inc
Local-gov
State-gov
Self-emp-inc
Federal-gov
Without-pay
Never-worked
HS-grad
Some-college
Bachelors
Masters
Assoc-voc
11th
Assoc-acdm
10th
7th-8th
Prof-school
9th
12th
Doctorate
5th-6th
1st-4th
Preschool
Married-civ-spouse
Never-married
Divorced
Separated
Widowed
Married-AF-spouse
Prof-specialty
Craft-repair
Exec-managerial
Adm-clerical
Sales
Other-service
Machine-op-inspct
Transport-moving
Handlers-cleaners
Farming-fishing
Tech-support
Protective-serv
Priv-house-serv
Armed-Forces
Husband
Not-in-family
Own-child
Unmarried
Wife
Other-relative
White
Black
Asian-Pac-Islander
Other
Male
Female
Age
Workclass
fnlwgt
Education
Education-Num
Martial Status
Occupation
Relationship
Race
Sex
Capital Gain
Capital Loss
Hours per week
Country
Target

演習: Adult data

Adult データの属性は以下の通り. a) 年齢、b)workclass (民間、自営業、連邦政府、州政府、無職, etc), c) 最終学歴 (博士、修士、学士、高校卒業,etc), d) 教育年数、e) 婚姻状態 (文民と婚姻、軍人と婚姻、離婚、未婚、etc.)、f) 職種 (技術補佐、農業漁業、セールス、etc.)、g) 家族、h) 人種、i) 性別、j) 資本利得、k) 資本損失、l) 週あたり労働時間、m) 出身国

1. a-m のそれぞれの属性は、数値属性、順序属性、カテゴリカル属性のどれに相当するか.
2. これらのデータからその人物の年収が 5 万ドル以上か以下かを予測するとした時に、1-of-k 表現した方が良いと考えられる属性はどれか

演習 : つくば市の不動産価格予測

あなたはつくば市の不動産業者です。住居 (家屋, マンション) を仕入れ、転売するのが仕事です。住居がいくらで買ってもらえるかは、様々な要因で決まります。地価予測に使えそうな指標 (=特徴) を多数あげてください。特徴は、「観測可能な値」でなければなりません。例えば、便利な場所、は観測できないので NG です。最寄り駅からの距離 (m) は観測可能なので OK です。

1. 「不動産の値段の予測に使えそうな特徴」を 5 つ記入してください (上記以外)
2. あげられた特徴は、数値属性、順序属性、カテゴリカル属性か、分類しなさい

データの前処理

- 欠損値への対応
  - 欠損値を含むサンプルは除去する
  - 欠損値はその特徴の平均値・中間値で補完する
    - なぜ？？
- 外れ値への対応
  - 全体を俯瞰し、極端な外れ値を含むサンプルは除去する(測定エラー、入力ミス、例外の可能性)
    - なぜ？？
- スケーリング
  - 各特徴が平均0、標準偏差1になるようスケーリング
  - 最大値が0、最小値が1になるようスケーリング
    - なぜ？？

演習 wineデータの回帰:

winequalityred.csv を読み込み、wine_linearRegression_scaling.ipynb を実行して以下の問いに答えなさい。

1. quality = 0.100 * fixed acidity + 5.63 と表示される
   (a) 特徴量はどれか
   (b) 目標値はどれか
   (c) モデルパラメータはどれか
   (d) バイアスはどれか
2. 最も良い予測を与えるモデルに使われている特徴はどれか
3. Quality の予測に最も正の影響が強い特徴はどれか
4. Quality の予測に最も負の影響が強い特徴はどれか
5. なぜどのモデルもバイアスは 5.636 なのか
6. スケーリングされていない特徴について線形モデルを学習した場合、問題 3 や問題 4 のような分析をしてはならない。なぜか。

表記と公式

- 記法は大事:
  - スカラ $x \in \mathbb{R}$
  - d次元ベクトル $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^d$
  - n列m行ベクトル $\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^{n \times m}$
  - 転置ベクトル $\boldsymbol{x}^T$

よく出てくる表記

- 内積 $\langle \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \rangle = \boldsymbol{a}^T \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b}^T \boldsymbol{a}$
- 行列ベクトル積

$$\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_D, \boldsymbol{a} \in \mathbb{R}^D$$
$$\boldsymbol{X} = \left(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_D\right)$$

のとき、

$$\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_1^T \boldsymbol{a} \\ \boldsymbol{x}_2^T \boldsymbol{a} \\ \vdots \\ \boldsymbol{x}_D^T \boldsymbol{a} \end{pmatrix}$$

多変数関数の微分

- 関数 $f : \mathbb{R}^D \to \mathbb{R} \quad f(\boldsymbol{x}) = a$
- ある変数(x_d)での微分 $\dfrac{\partial f}{\partial x_d}$
- すべての変数での微分(勾配)

$$\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{x}} = \nabla_{\boldsymbol{x}} f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_1} \end{pmatrix}$$

連鎖率

- 微分法の連鎖律 $$\frac{df(g(x))}{dx} = \frac{df(g(x))}{dg(x)}\frac{dg(x)}{dx}$$

- 多変数関数でも連鎖律は成り立つ

$$\frac{\partial f(g(\boldsymbol{x}))}{\partial \boldsymbol{x}} = \frac{\partial f(g(\boldsymbol{x}))}{\partial g(\boldsymbol{x})}\frac{\partial g(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}$$

- 例 $f(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{a}^T\boldsymbol{x} + b)^2$

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{x}} &= 2(\boldsymbol{a}^T\boldsymbol{x} + b)\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}}(\boldsymbol{a}^T\boldsymbol{x} + b) \\ &= 2(\boldsymbol{a}^T\boldsymbol{x} + b)\boldsymbol{a}\end{aligned}$$

多変数関数の連鎖率

- 多変数関数 $f(\mathbf{g}) = f(g_1, g_2, \ldots, g_M)$
- 各g_kはxの関数 $g_k(x), k \in \{1, \ldots, M\}$
- このとき

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \sum_{k=1}^{M} \frac{\partial f}{\partial g_k} \frac{\partial g_k}{\partial x}$$

問題　行列と勾配

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

とする。

1. $\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{y} = \boldsymbol{y}^T\boldsymbol{x} = x_1y_1 + \ldots + x_ny_n$ を示せ。
2. $\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$ を成分 $(x_i, a_{i,j})$ で表せ。
3. $\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}}\boldsymbol{a}^T\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ を示せ。
4. $\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}}(\boldsymbol{a}^T\boldsymbol{x} + b)^2$ を求めよ。

Colaboratory*使用方法
手引き

Google Colab https://colab.research.google.com/

ColaboratoryとはGoogleが開発した研究、教育目的のJupyter notebook

ブラウザとしては、ChromeとFirefoxがおすすめ

Google Accountが必要

Google Accountの作り方から環境を整うまでを紹介

Google Accountの作り方

① https://www.google.co.jpを開く

② 「ログイン」ボタンを押す

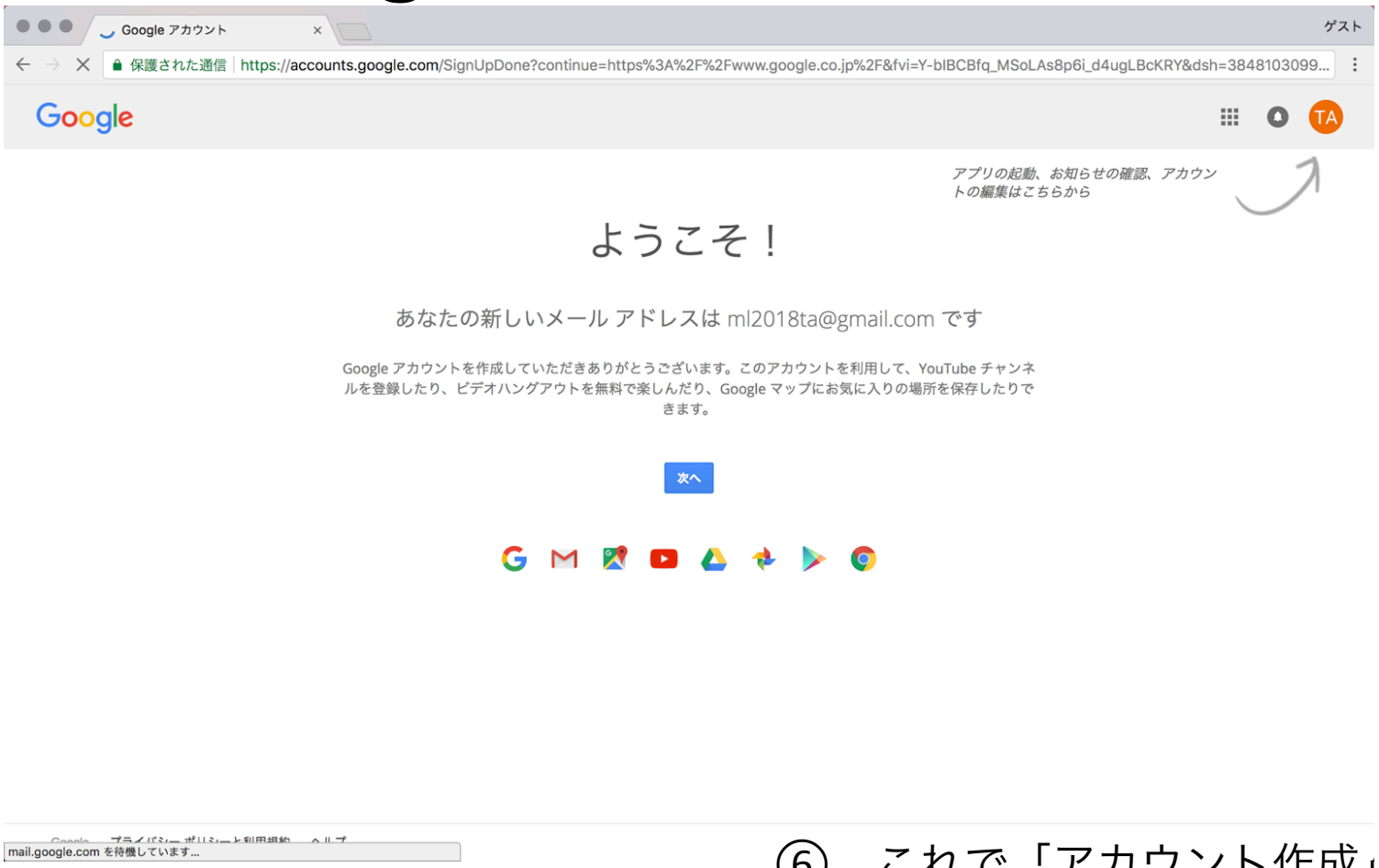
Google Accountの作り方

③　「アカウントを作成」を押す

Google Accountの作り方

⑤　必要な項目を入力する

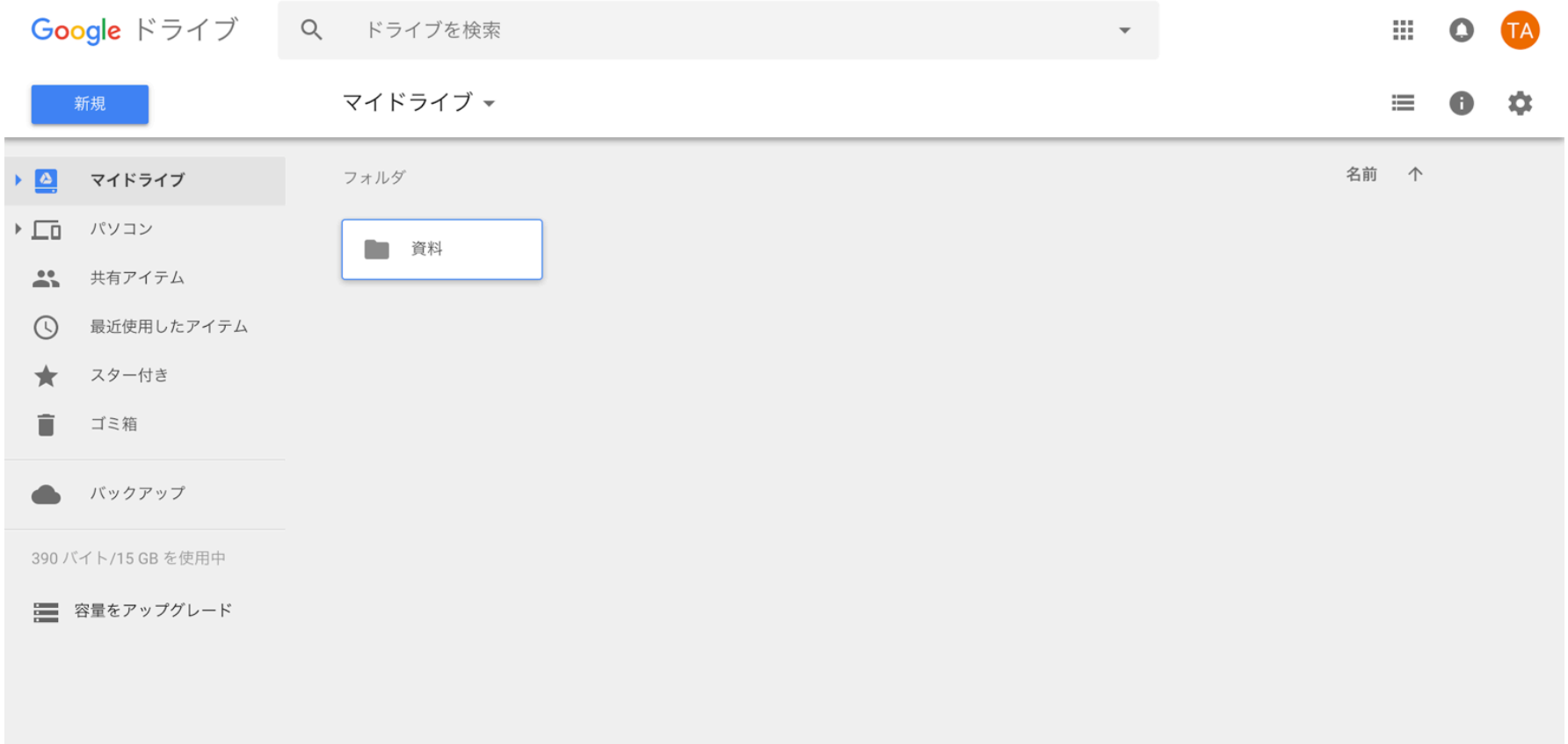
Google Accountの作り方



⑥　これで「アカウント作成」完成！

Google Colab環境を構築

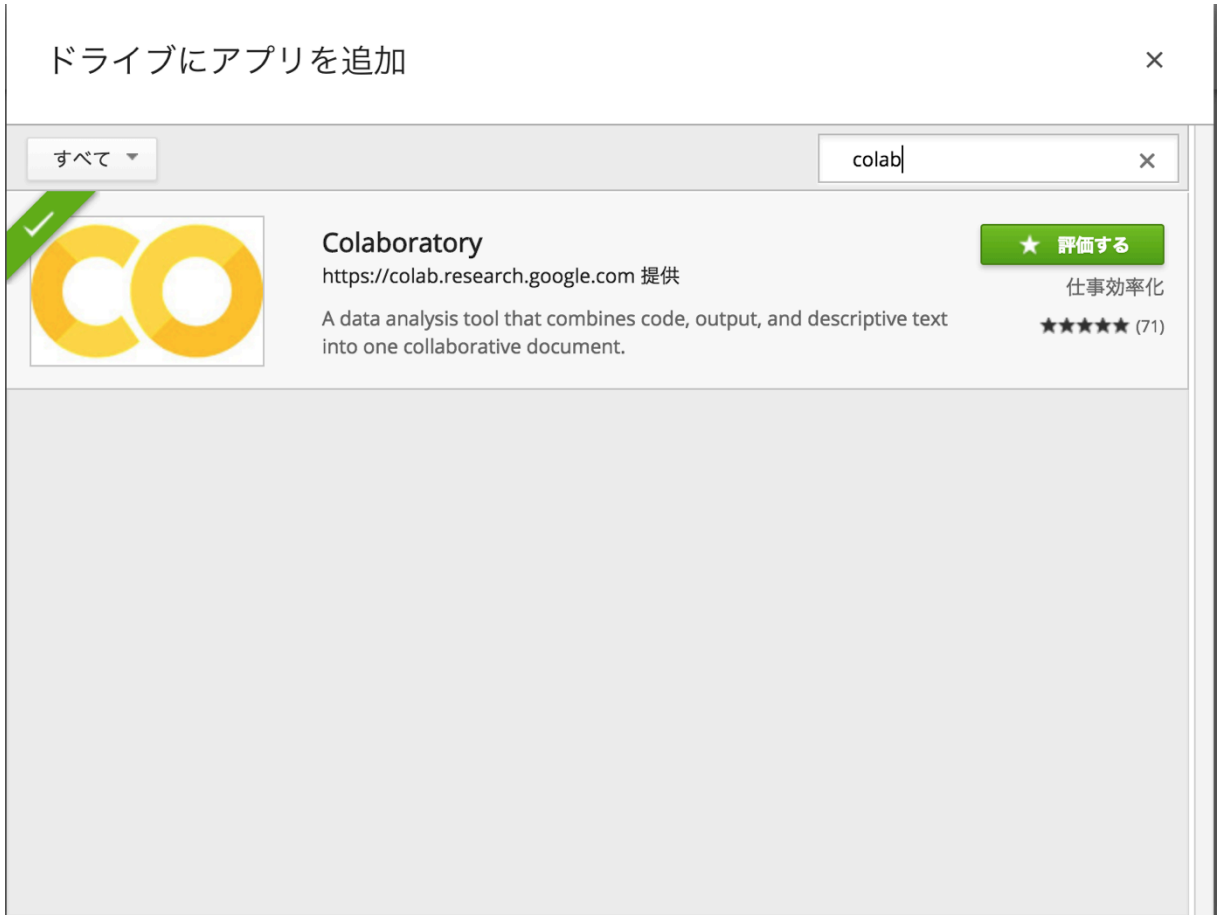
① Google Driveにアクセス(drive.google.com)



Google Colab環境を構築

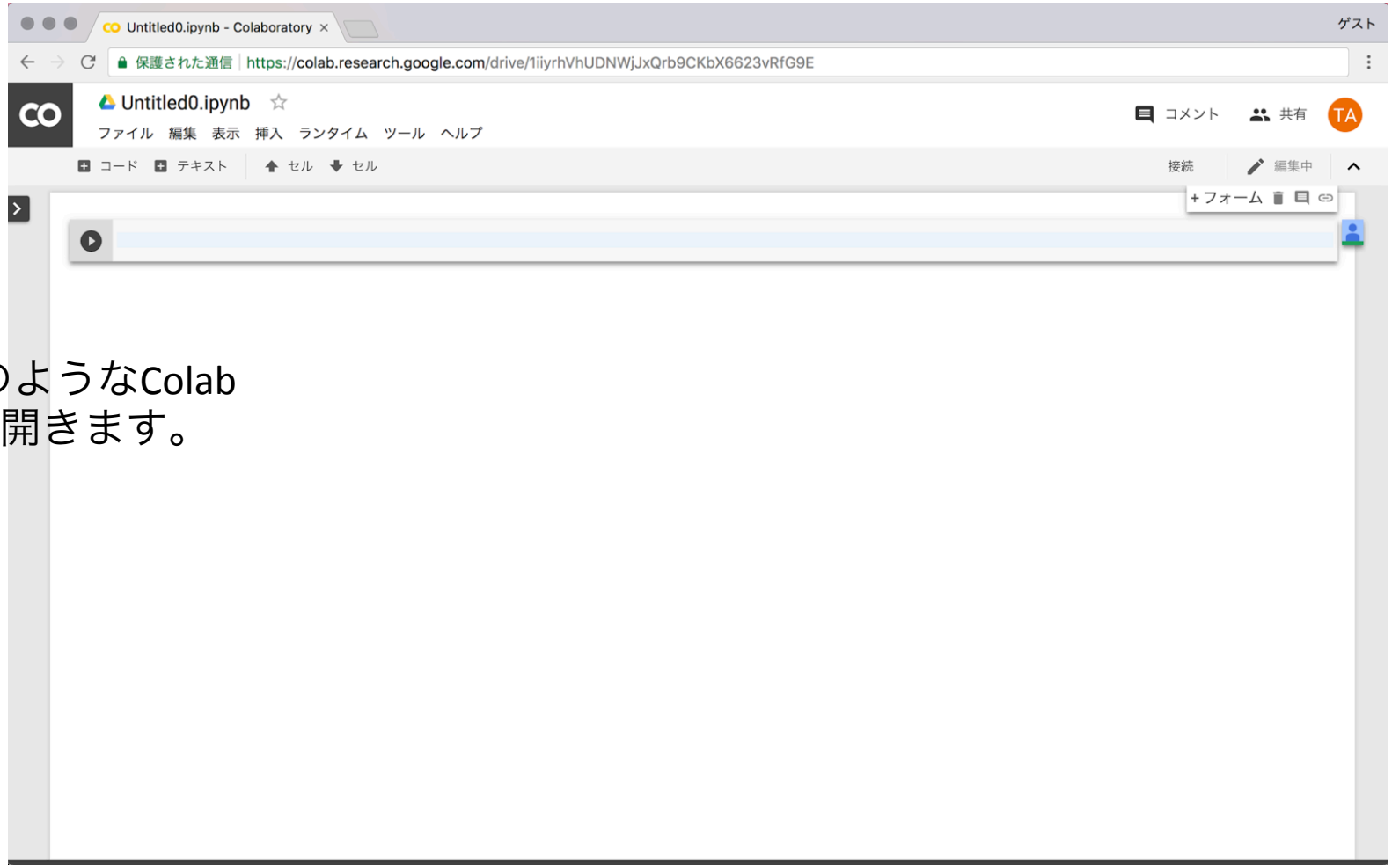
② 「新規」→「その他」→「Colaboratory」からColabを作成

Google Colab環境を構築



② 「新規」→「その他」でColabがない場合は、「アプリを追加」でColab検索し、追加します

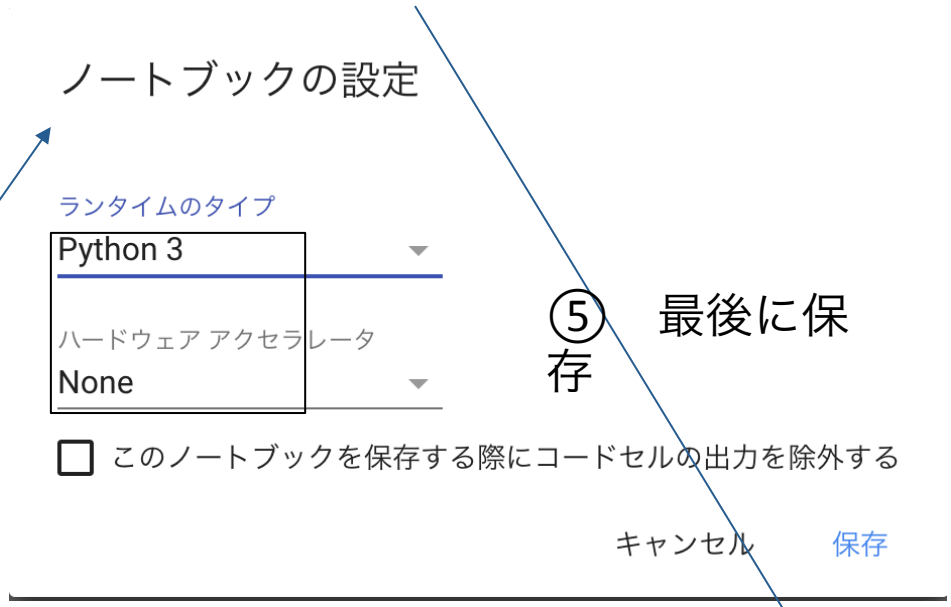
Google Colab環境を構築



③　このようなColab
ページが開きます。

Google Colab環境を構築

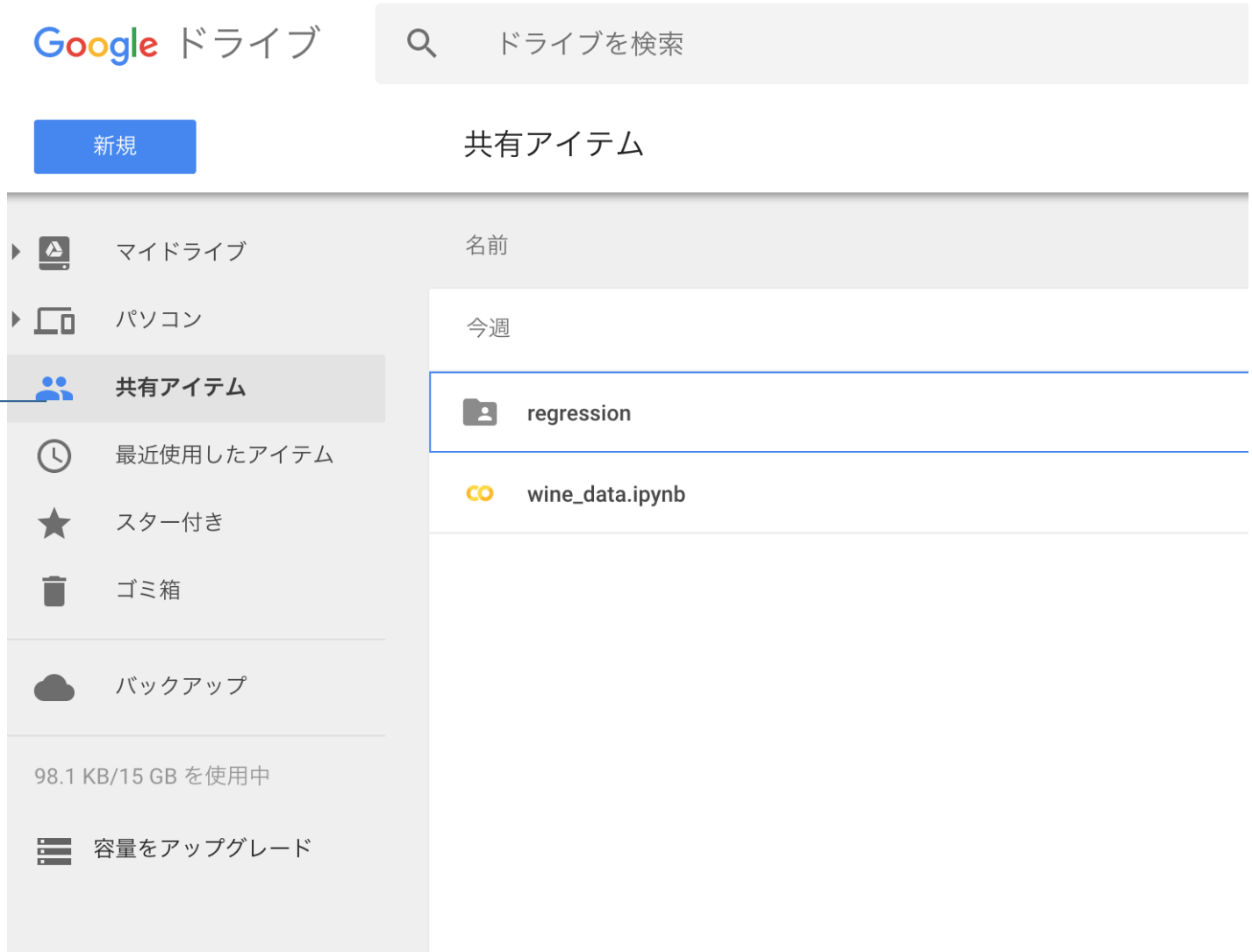
④　ノートブックの設定で Python 3 を選択します



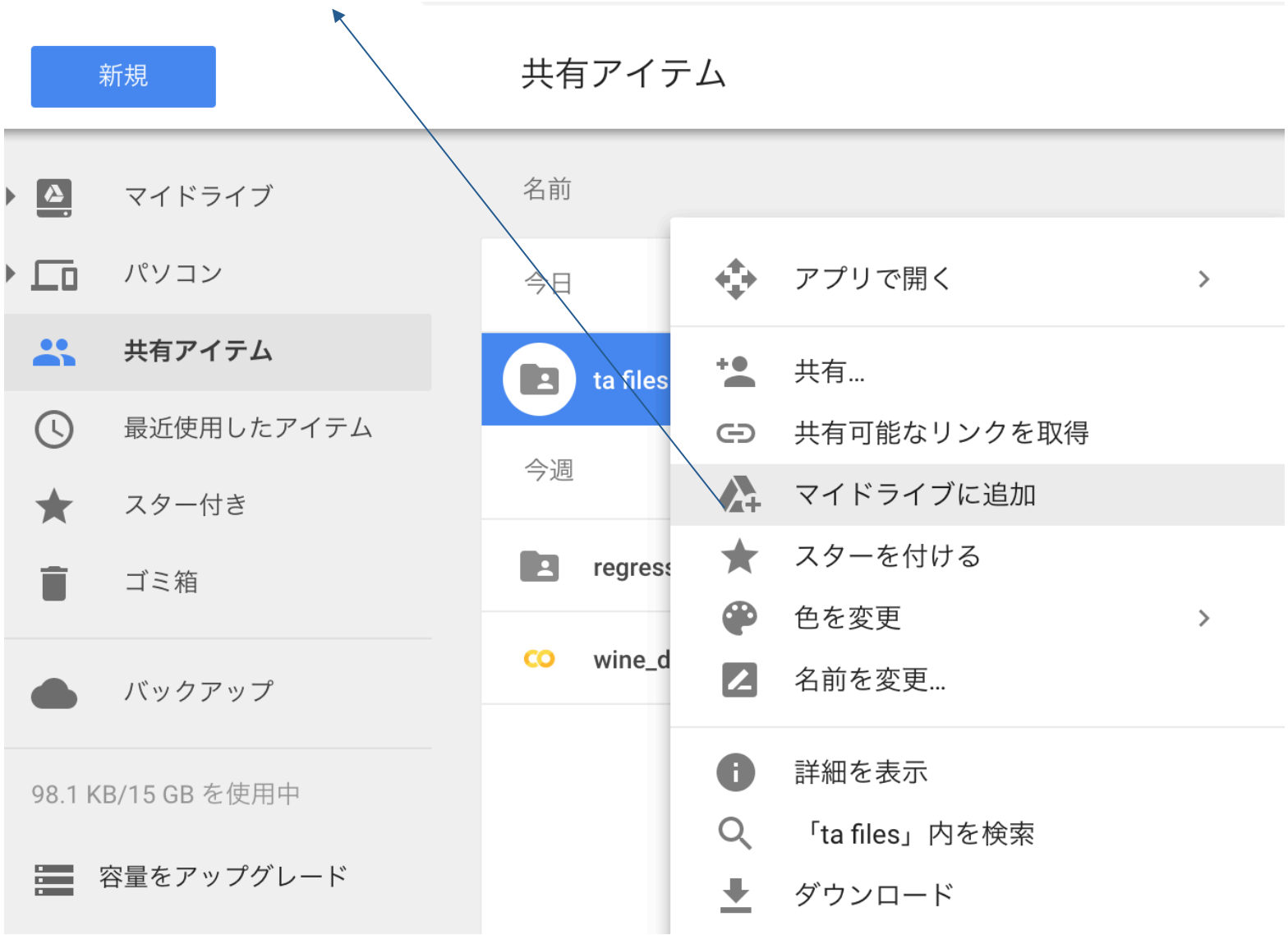
⑤　最後に保存

共有したColabのファイルを開く

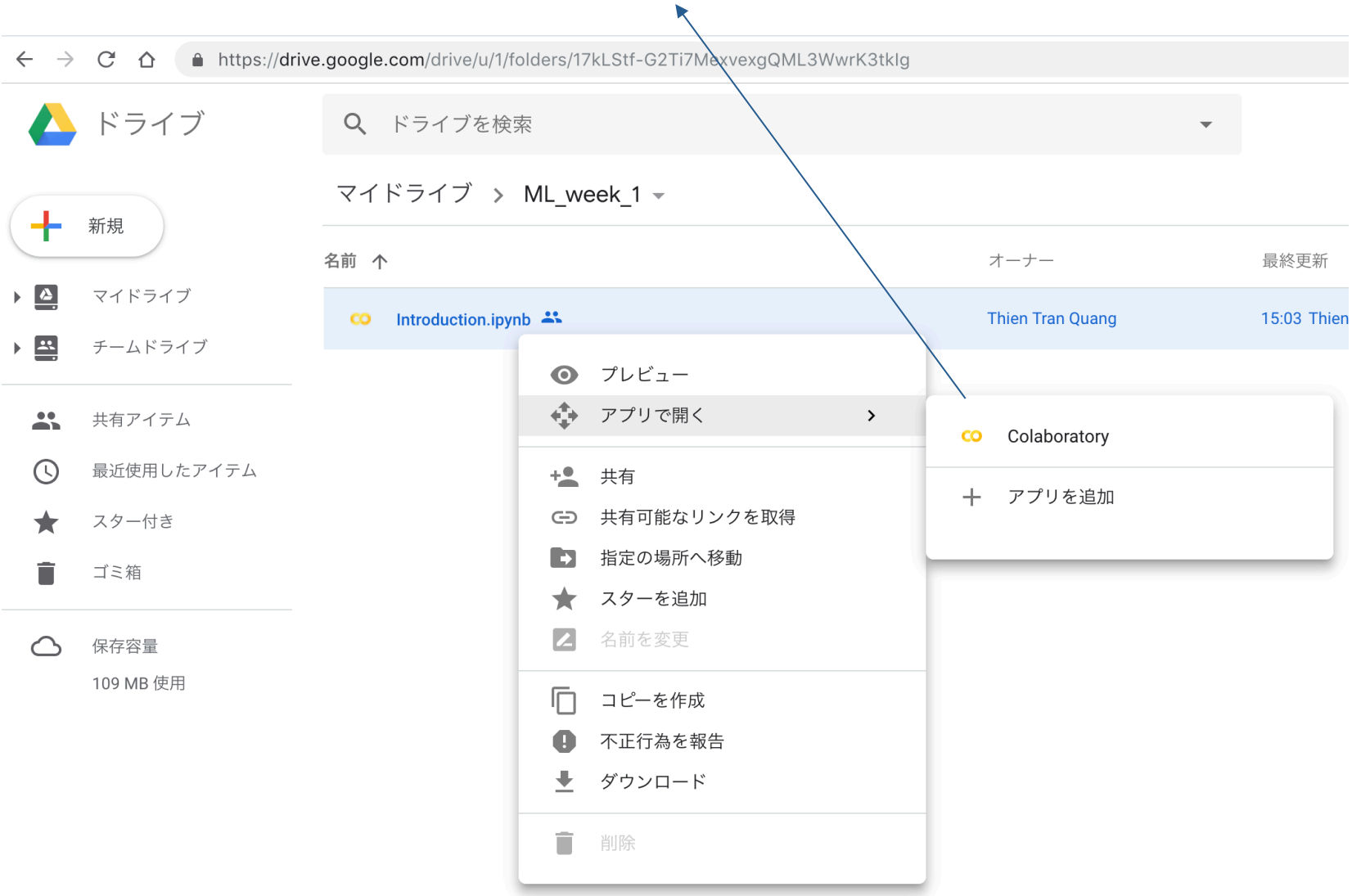
Google drive の共有アイテムで表示されます。



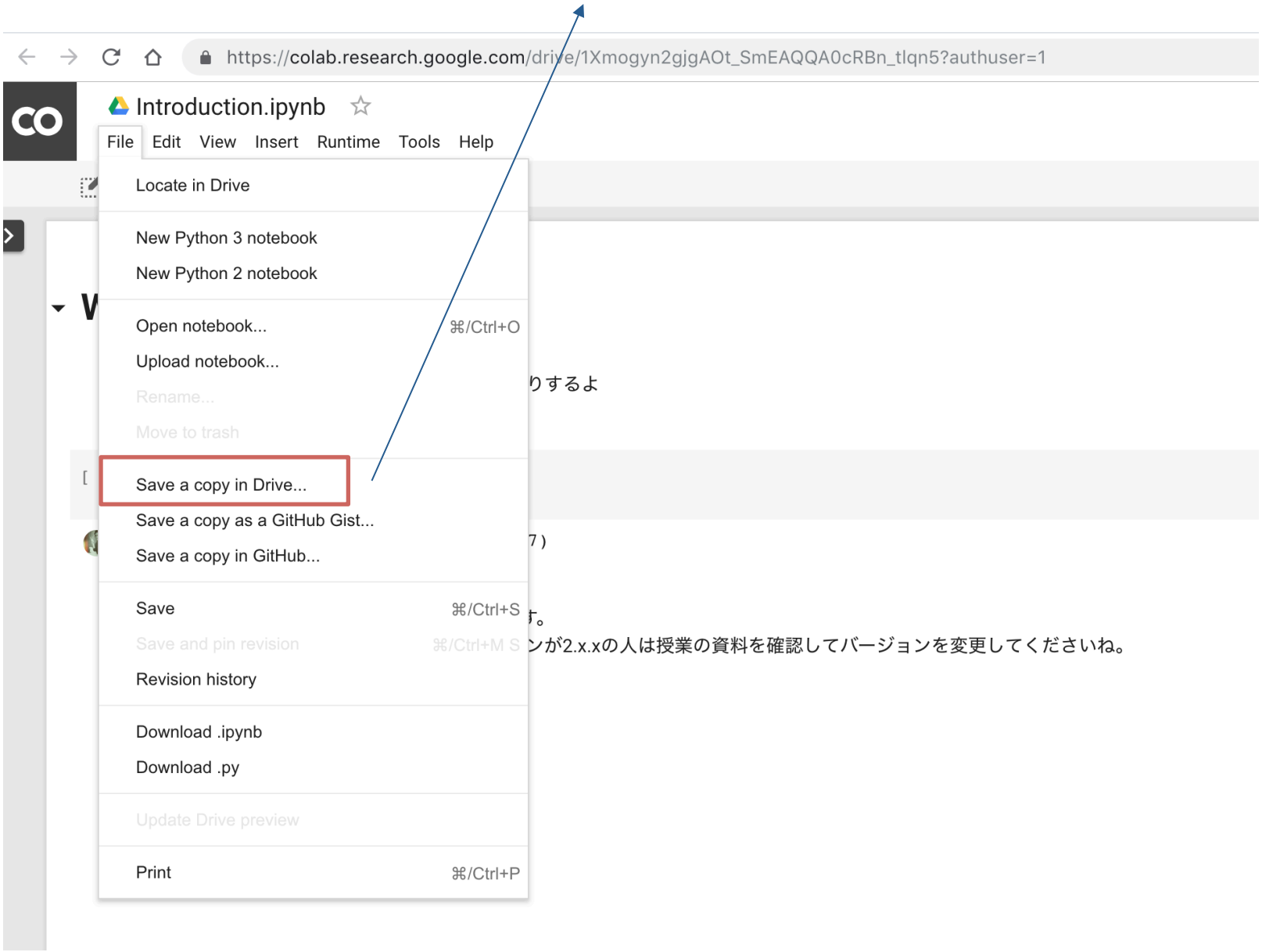
自分のドライブに追加すると、「マイドライブ」で表示されます



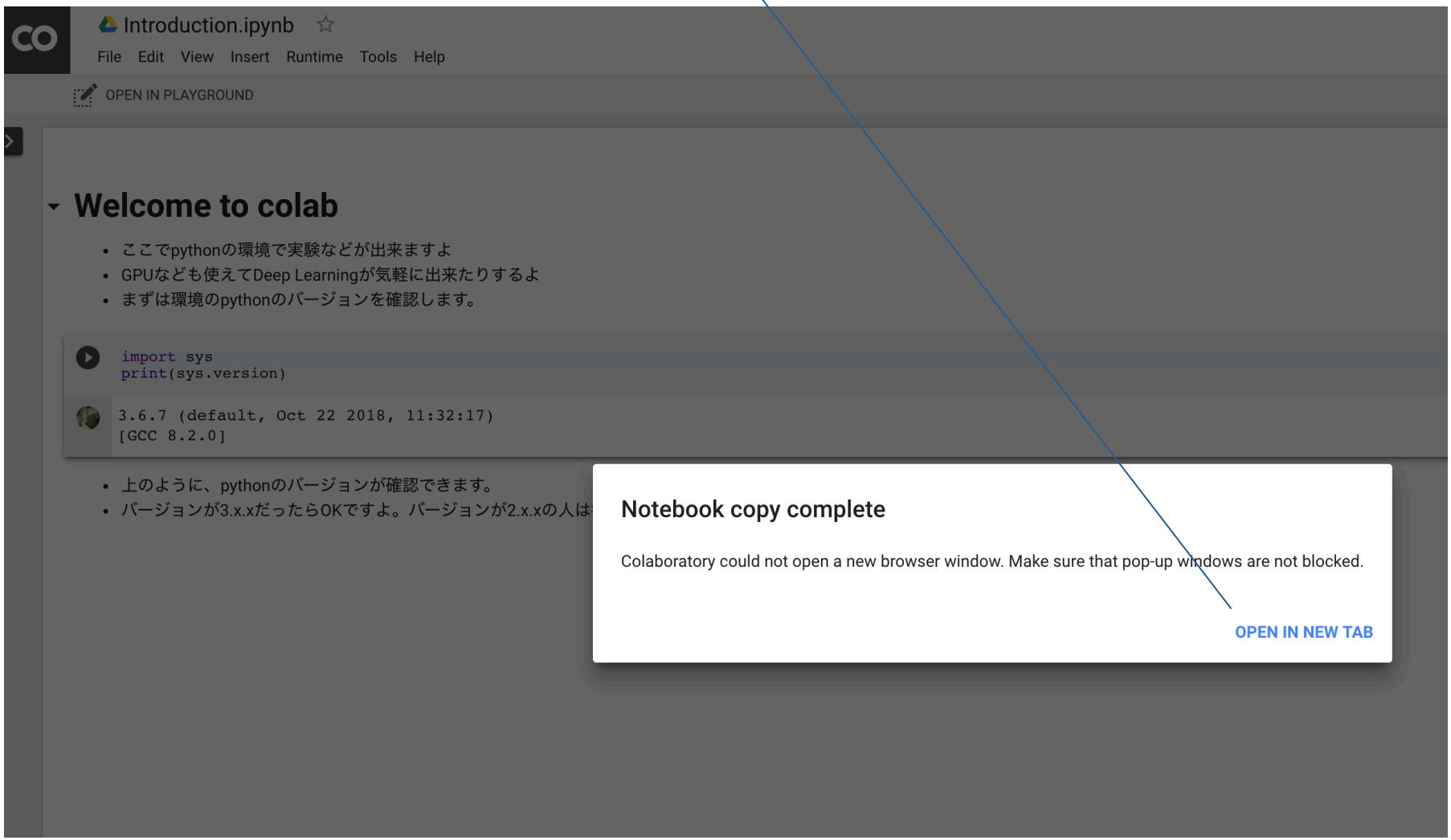
ファイルをColaboratoryで表示する



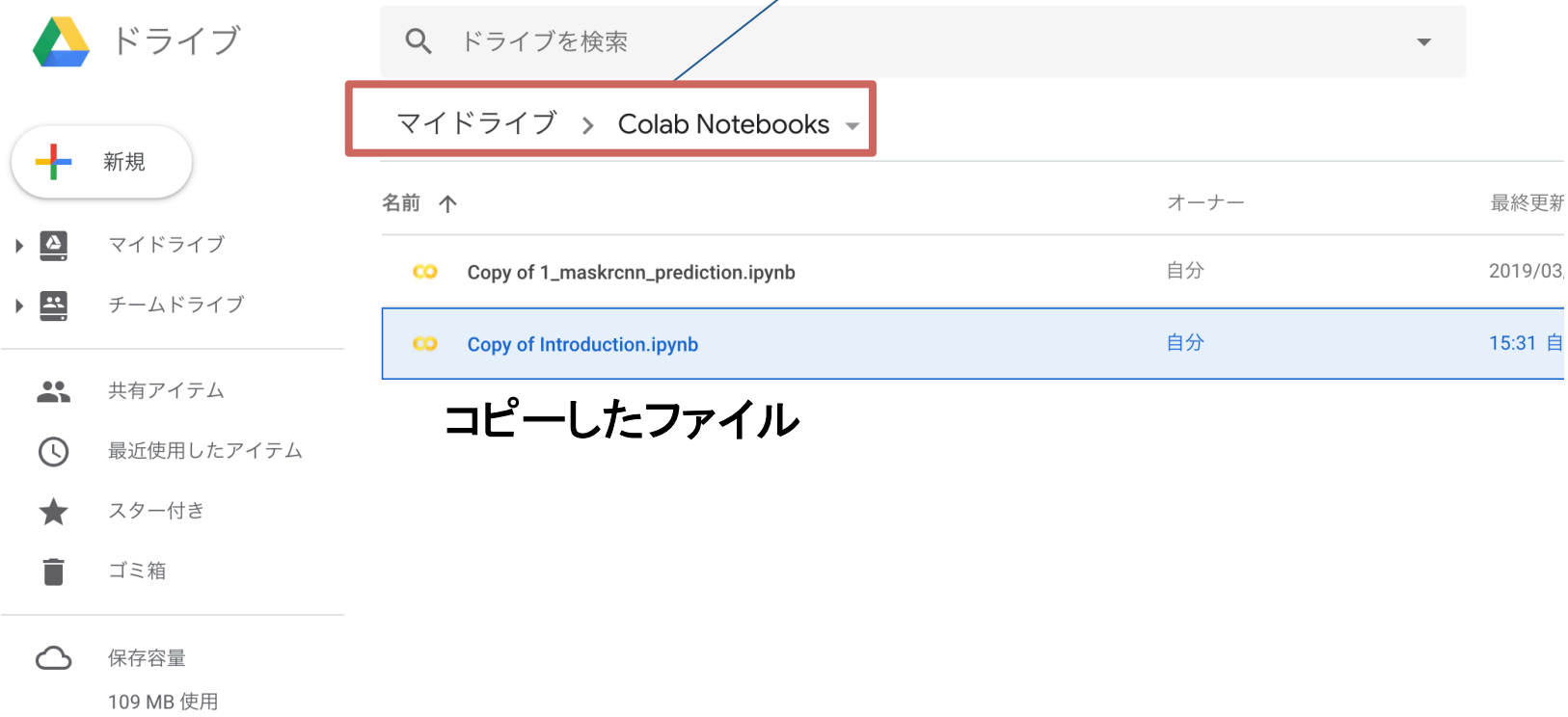
自分のドライブにコピーを作成し、そこで作業します



コピーが成功すると、新しいタブを開ける通知が来ます。
これをクリックすると、編集できるファイルに移動できます。



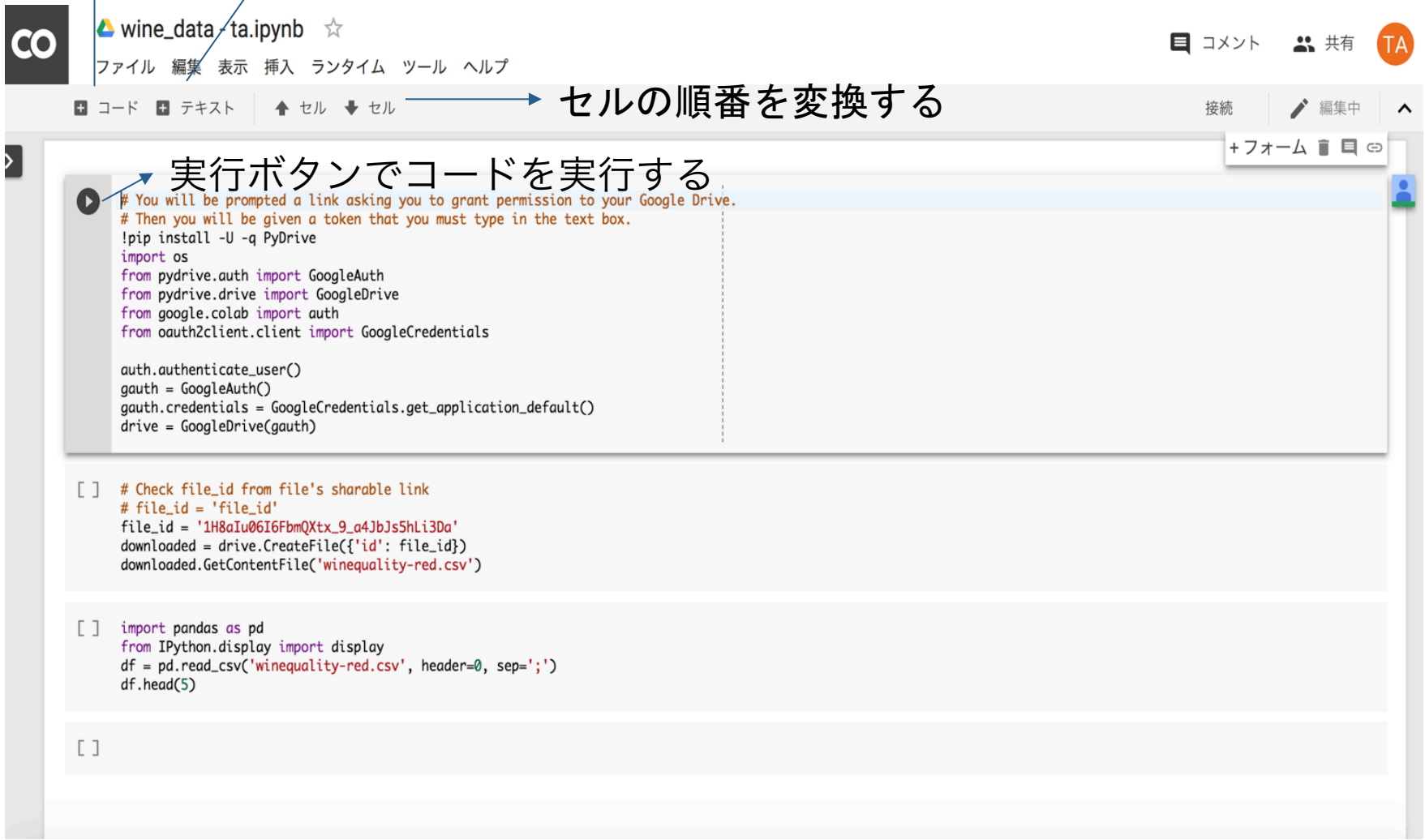
コピーしたファイルは「マイドライブ/Colab Notebooks」からもアクセス出来ます。



コピーしたファイル

コードを入力するセルを追加する

テキストを入力するセルを追加する



セルの順番を変換する

実行ボタンでコードを実行する

実行ボタンを押すと、コードが実行されます。
最後まで実行すると、データの前5行目まで表示されます

[21]
```
from pydrive.drive import GoogleDrive
from google.colab import auth
from oauth2client.client import GoogleCredentials

auth.authenticate_user()
gauth = GoogleAuth()
gauth.credentials = GoogleCredentials.get_application_default()
drive = GoogleDrive(gauth)
```

[22]
```
# Check file_id from file's sharable link
# file_id = 'file_id'
file_id = '1H8aIu06I6FbmQXtx_9_a4JbJs5hLi3Da'
downloaded = drive.CreateFile({'id': file_id})
downloaded.GetContentFile('winequality-red.csv')
```

+フォーム

```
import pandas as pd
from IPython.display import display
df = pd.read_csv('winequality-red.csv', header=0, sep=';')
df.head(5)
```

	fixed acidity	volatile acidity	citric acid	residual sugar	chlorides	free sulfur dioxide	total sulfur dioxide	density	pH	sulphates	alcohol	quality
0	7.4	0.70	0.00	1.9	0.076	11.0	34.0	0.9978	3.51	0.56	9.4	5
1	7.8	0.88	0.00	2.6	0.098	25.0	67.0	0.9968	3.20	0.68	9.8	5
2	7.8	0.76	0.04	2.3	0.092	15.0	54.0	0.9970	3.26	0.65	9.8	5
3	11.2	0.28	0.56	1.9	0.075	17.0	60.0	0.9980	3.16	0.58	9.8	6
4	7.4	0.70	0.00	1.9	0.076	11.0	34.0	0.9978	3.51	0.56	9.4	5